

## Pour un BON DEPART en 3<sup>ème</sup>

Cette série d'exercices vous permet de faire le point sur des notions essentielles du programme de mathématiques de 4<sup>ème</sup> et indispensables à une bonne reprise en 3<sup>ème</sup>.

Ce **travail de révisions** est **obligatoire**. Il est à faire pour la rentrée en septembre prochain. Les élèves ayant rencontré des difficultés à travailler certaines notions doivent revoir leur cours et exercices de 4<sup>ème</sup>.

Une évaluation de vos acquis de 4<sup>ème</sup> en mathématiques sera organisée début septembre sous la forme d'un contrôle commun faisant suite au travail effectué pendant les vacances

### Exercice 1

Calculer en détaillant les étapes nécessaires

$$\begin{aligned} A &= 5 \times 6 - 16 \div (-4) - (15 - 8,1) & B &= (23 - 27) \times (14,2 - 16,7) & C &= 3 - [2 \times (-4) + 9] \\ D &= \frac{-5-11}{8} - 2 & E &= \frac{12 \times (10 - 2)}{2-8} & F &= \frac{2-6 \times (-3)}{5 \times (-11) + 35} \end{aligned}$$

### Exercice 2

1. Calculer en simplifiant le plus possible

$$\begin{aligned} G &= \frac{-4}{9} \times \frac{8}{9} & H &= (-8) \times \frac{-9}{-11} & I &= \frac{7}{3} \div \frac{10}{9} & J &= \frac{-25}{9} \div 5 \\ K &= (-4) \div \frac{9}{-8} & L &= \frac{\frac{-4}{3}}{\frac{16}{9}} & M &= \frac{\frac{5}{6}}{-7} & N &= \frac{\frac{5}{6}}{-7} \end{aligned}$$

2. Effectuer les calculs suivants en détaillant les étapes.

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{4} & Q &= \frac{-2}{19} \times \left( \frac{4}{5} + \frac{-3}{20} \right) & R &= \left( \frac{2}{3} + 3 \right) \div \frac{1}{9} & S &= \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} \end{aligned}$$

### Exercice 3

1. Pour le 1<sup>er</sup> mai, Hugo a vendu des bouquets de muguet à un, deux ou trois brins.

$\frac{1}{4}$  des bouquets vendus ont un brin de muguet,  $\frac{2}{3}$  des autres ventes concernaient des bouquets à deux brins de muguet.

- a. Quelle fraction des ventes représentent les bouquets à deux brins ?
- b. Quelle fraction des ventes représentent les bouquets à trois brins ?

2. Anna économise 10 € chaque mois ce qui représente  $\frac{2}{7}$  de son argent de poche. Combien d'argent de poche reçoit-elle chaque mois ?

### **Rappels : écriture scientifique**

Un nombre décimal peut s'écrire de plusieurs façons sous la forme  $a \times 10^n$ , dans laquelle  $a$  est un nombre décimal et  $n$  un entier relatif.

**L'écriture scientifique** est celle où  $a$  s'écrit avec un seul chiffre (différent de zéro) avant la virgule

Exemple :

| Ecriture décimale | Ecriture scientifique |
|-------------------|-----------------------|
| 56 000 000        | $5,6 \times 10^7$     |
| 0,004             | $4 \times 10^{-3}$    |
| -10 450           | $-1,045 \times 10^4$  |

#### Exercice 4

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'un entier ou d'une fraction :

$$A = 2^3 + 2^2$$

$$B = 2^{-2} - 2^2$$

$$C = 4^{-2} \times 7 - 3 \times 6^{-1}$$

2. Exprimer sous la forme d'une seule puissance

$$A = 2^3 \times 2^5$$

$$B = 10^5 \times 10^{-3}$$

$$C = \frac{2^3}{2^{-5}}$$

$$D = (2^3)^3$$

3. Écris les nombres suivants en notation scientifique

$$A = 6\,540 ;$$

$$B = 23,45 ;$$

$$C = 0,001 ;$$

$$D = 0,056 \times 10^{11} ;$$

$$E = 1234,56 \times 10^{-12}$$

4. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible puis en écriture décimale et enfin en notation scientifique

$$A = \frac{1,2 \times (10^{-2})^3 \times 10^2}{3 \times 10^{-3}}$$

5. Donner, en détaillant les calculs, l'écriture décimale puis la notation scientifique du nombre A.

$$A = 0,23 \times 10^3 - 1,7 \times 10^2 + 0,025 \times (10^{-2})^{-2}$$

#### Exercice 5

Donner à chaque énoncé, l'expression littérale qui lui correspond.

1. Le produit de  $x$  par la somme de  $x$  et de 3.
2. Le produit de 3 par la différence entre  $x$  et de 4.
3. La différence entre  $x$  et la somme de  $x$  et de 3.
4. Le somme de  $x$  et du produit de 4 par le triple de  $x$ .

#### Exercice 6

1. Réduire les expressions suivantes :

$$A = 10x^2 - 3x - 15 + 2x^2 - 7x + 1 ; \quad B = x^2 + x + 1 - (2x^2 - 5x + 2)$$

2. Simplifier les expressions suivantes :

$$C = 2x^2 \times 5x ; \quad D = -4 \times (-3x^2) ; \quad E = x \times 2x \times 3x$$

#### Exercice 7

1. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

$$F = 5x(2x + 5) ; \quad G = -7x(-2x + 3) ; \quad H = 2x^2 - 3(5 - 4x) ; \quad I = -x^2 - (7x + 3) + 2(x^2 - 4)$$

2. Développer et réduire les expressions suivantes

$$M = (4x + 3)(5 - x)$$

$$N = 5(2x + 1) - 10x + 3$$

$$S = (x + 5)(3x + 2)$$

$$P = \left(\frac{x}{2} + 5\right)\left(2x + \frac{3}{2}\right)$$

$$R = 4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$$

3. Factoriser les expressions suivantes.

$$J = 3 + 6x ;$$

$$K = 6x^2 - 18x ;$$

$$L = 12x^2 - 15x - 18$$

#### Exercice 8

On considère l'équation :  $3(8 - 2x) + 5x = 15 - (x - 9)$

Le nombre  $-5$  est-il une solution de cette équation ?

#### Exercice 9

1. Résoudre les équations suivantes.

$$7x - 5 = 8x + 13 ; \quad 14 - 2x = 2(x - 36) ;$$

$$4 = \frac{x - 5}{3} ;$$

$$-2x - (5x + 1) - 6 = -2(-x - 1)$$

2. Je pense un nombre, je prends son triple, je retranche 30 et j'obtiens 3. Quel est ce nombre ?

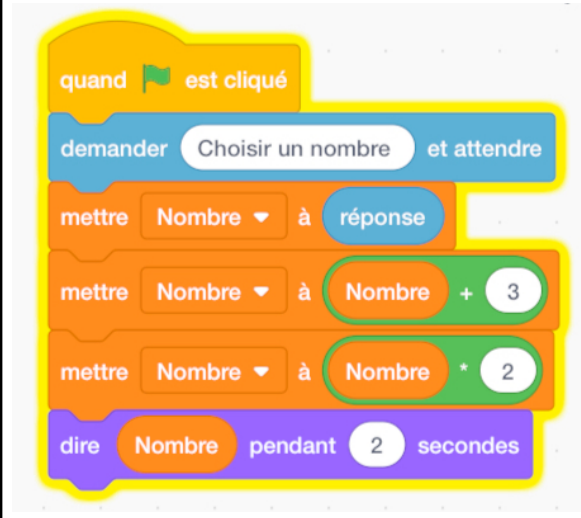
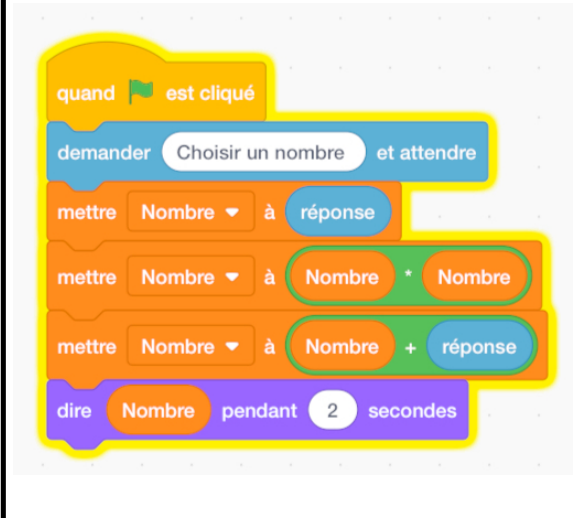
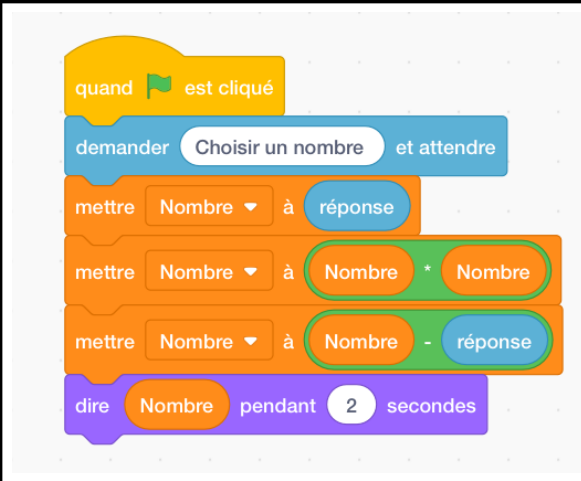
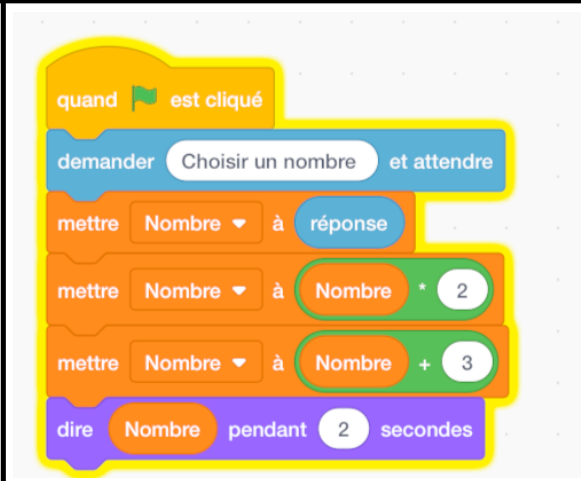
### Exercice 10

Résoudre le problème suivant en utilisant une équation.

Estelle a 43 DVD. Elle a des films policiers, des comédies et des films de science-fiction. Elle a 5 films de comédie de plus que de films policiers et elle a deux fois plus de films de science-fiction que de comédies. Combien a-t-elle de films policiers ?

### Exercice 11

Relier chaque programme de calcul à l'expression littérale associée.

| Programme 1                                                                         | Programme 2                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|   |   |
| Programme 3                                                                         | Programme 4                                                                          |
|  |  |

Expressions littérales :  $x^2 - x$  ;  $2x + 3$  ;  $x^2 + x$  ;  $2(x + 3)$

## Exercice 12

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

| Programme A                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Programme B                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre> quand [drapeau] est cliqué   demander choisir un nombre et attendre   mettre nombre choisi à réponse   mettre Valeur 1 à 1 + nombre choisi   mettre Valeur 2 à 3 * Valeur 1   mettre résultat à Valeur 2 - 3   dire regrouper On obtient et résultat pendant 2 secondes           </pre> | <pre> quand [drapeau] est cliqué   demander choisir un nombre et attendre   mettre nombre choisi à réponse   mettre Valeur 1 à nombre choisi + 3   mettre Valeur 2 à nombre choisi - 5   mettre résultat à Valeur 1 * Valeur 2   dire regrouper On obtient et résultat pendant 2 secondes           </pre> |
| <p>Programme C</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Multiplier par 7</li> <li>• Ajouter 3</li> <li>• Soustraire le nombre de départ</li> </ul>                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

1. a. Montrer que si on choisit  $-2$  comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient  $-7$  ».
- b. Quel nombre obtient-on, si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme A ?
2. Soit  $x$  le nombre de départ, quelle expression obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?
3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?
4. Pour quelles valeurs de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A ?

## Exercice 13

LMK est un triangle rectangle en M tel que  $MK = 5,5$  dm et  $LK = 7,3$  dm.

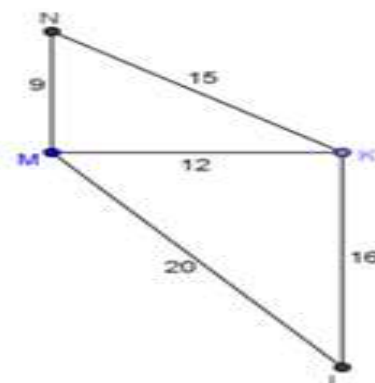
1. Calculer la longueur LM du triangle LMK
2. En déduire l'aire de ce triangle.

## Exercice 14

On considère la figure ci-contre et on donne :

$MN = 9$ ,  $NK = 15$ ,  $MK = 12$ ,  $ML = 20$  et  $KL = 16$

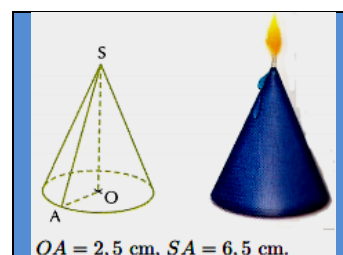
1. Le triangle MNK est-il rectangle ?
2. Le triangle MKL est-il rectangle ?
3. Les droites (KL) et (MN) sont-elles parallèles ?



## Exercice 15

On considère une bougie conique :  $OA = 2,5$  cm,  $SA = 6,5$  cm.

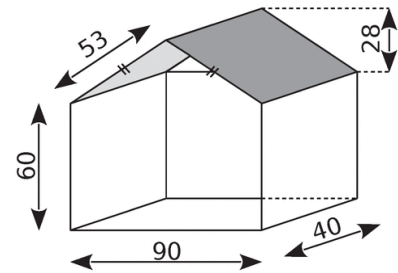
1. Sachant que le triangle OAS est rectangle en O, calculer la hauteur OS de la bougie.
2. Calculer le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ; donner la valeur exacte puis un arrondi au dixième de  $\text{cm}^3$ .



**Exercice 16**

Voici la représentation en perspective cavalière d’une maison de poupée que l’on souhaite construire. Toutes les données sont exprimées en centimètres.

- 1. Calculer la surface de bois nécessaire pour fabriquer le modèle ci-contre.
- 2. Le contre-plaqué choisi coûte 28,90€ le mètre carré, calculer le prix de la dépense.
- 3. Calculer au litre près le volume de la maison.



**Exercice 17**

La pyramide de Khéops ou grande pyramide de Gizeh est un monument construit par les Egyptiens de l’Antiquité, formant une pyramide à base carrée de côté 227 m et de 137 m de hauteur. Tombeau du pharaon Khéops, elle fut édifée il y a plus de 4 500 ans, sous la IV<sup>ème</sup> dynastie, au centre d’un vaste complexe funéraire se situant à Gizeh en Egypte.

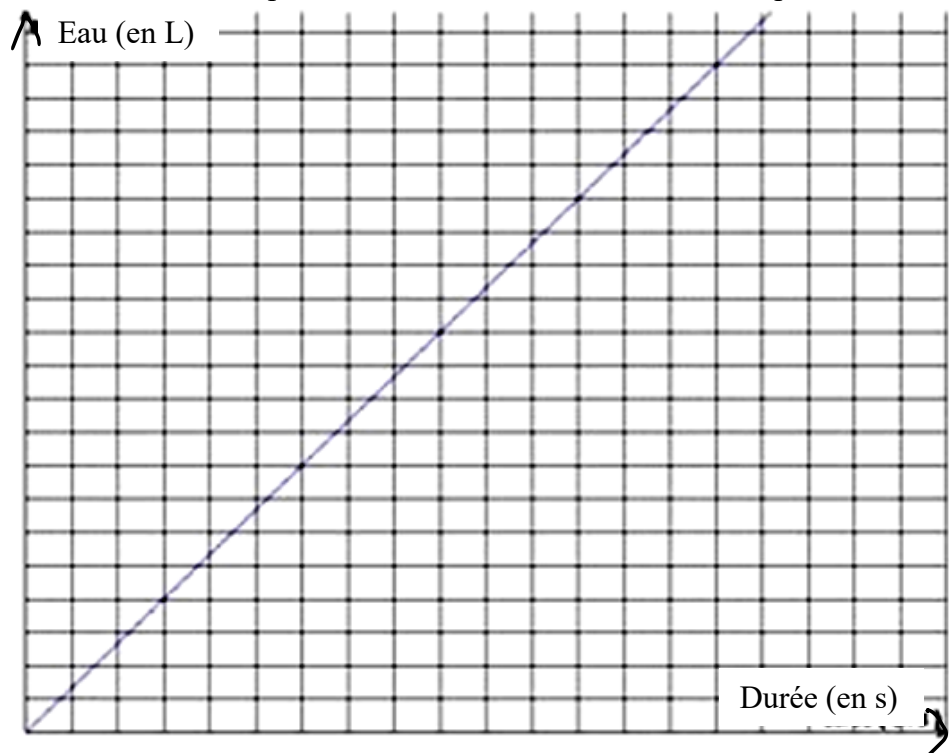


Calculer le volume de la pyramide de Khéops.

**Exercice 18**

On ouvre un robinet et on mesure la quantité d’eau écoulée en fonction de la durée. On obtient le graphique suivant :

Abscisse : 1 carreau représente 10 s    Ordonnée : 1 carreau représente 3L



- 1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.
- 2. Par lecture graphique, donner la quantité d’eau écoulée en : 30 s ; 1 min ; 1 min 30 s.
- 3. En lisant sur le graphique, donner la durée pour remplir un réservoir de: 48 litres ; 6 litres.
- 4. Reproduire et compléter alors le tableau suivant :

|                            |      |       |            |   |    |    |
|----------------------------|------|-------|------------|---|----|----|
| Durée                      | 30 s | 1 min | 1 min 30 s |   |    |    |
| Quantité d’eau écoulée (L) |      |       |            | 6 | 21 | 48 |

### Exercice 19

Jean Luc veut se rendre en voiture, de Rochefort à La Rochelle.

Il obtient les renseignements ci-contre sur un site internet.

1. Quelle sera sa vitesse moyenne si on tient compte des données ?
2. Quel est le coût moyen par kilomètre de ce trajet ?

|               |           |
|---------------|-----------|
| Coût estimé : | 3,49 €    |
| Temps :       | 00h 36min |
| Distance :    | 24 km     |

### Exercice 20

Un lévrier russe court à 85 km/h et une gazelle springbok court à 24,2 m/s.

Lequel de ces deux animaux court le plus vite ?

### Résumé de cours : ratio

- On dit que deux nombres **a** et **b** sont dans le ratio 2 : 3 lorsque  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$
- On dit que trois nombres **a**, **b** et **c** sont dans le ratio 2 : 3 : 4 lorsque  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$
- On peut également voir cela comme une situation de proportionnalité entre les quantités *a*, *b* et *c*.  
«Il me faut 2 volumes de *a* pour 3 volumes de *b* pour 4 volume de *c*.»

#### Exemple : Dosage du béton

Pour remplir une bétonnière on utilise souvent le ratio suivant :

1 volume de ciment, 2 volumes de sable et 3 de gravier. Les quantités de ciment, sable et gravier sont donc dans le ratio 1:2:3.

Je souhaite utiliser 12m<sup>3</sup> de gravier pour une terrasse, quelle quantité d'eau, de ciment et de sable dois-je prévoir ?

Voici 3 façons de répondre à cette question :

- **Méthode 1 : Fractions**

$$\frac{c}{1} = \frac{s}{2} = \frac{g}{3} \text{ donc } \frac{c}{1} = \frac{s}{2} = \frac{12}{3}$$

$$\text{Ainsi } c = \frac{12}{3} = 4 \text{ et } s = 4 \times 2 = 8$$

- **Méthode 2 : On utilise un tableau de proportionnalité**

|                              |   |    |
|------------------------------|---|----|
| Ciment (en m <sup>3</sup> )  | 1 |    |
| Sable (en m <sup>3</sup> )   | 2 |    |
| Gravier (en m <sup>3</sup> ) | 3 | 12 |

On multiplie la deuxième colonne par 4.  $1 \times 4 = 4$  et  $2 \times 4 = 8$

- **Méthode 3 : On utilise la proportionnalité**

Le ratio signifie qu'on a 1 m<sup>3</sup> de ciment pour 2 m<sup>3</sup> de sable pour 3 m<sup>3</sup> de gravier.

On souhaite 12 m<sup>3</sup> de gravier soit « 4 fois plus », donc il faut 4 m<sup>3</sup> de ciment et 8m<sup>3</sup> de sable.

### Exercice 21

1. Certains écrans sont dans un ratio 16 : 9 pour la longueur et la largeur. Quelle serait la largeur d'un écran de 76 cm ?
2. Pour fabriquer une bonne boisson à base de sirop, la bouteille indique de mélanger du sirop et de l'eau fraîche selon le ratio 2:7. Il me reste 30 cL de sirop. Quelle est la contenance minimale de la carafe que je dois utiliser ?
3. On dispose d'un échantillon, de masse 320 g, de bronze blanc. Le bronze blanc est un alliage constitué de zinc, d'étain et de cuivre. Les masses de zinc, d'étain et de cuivre sont dans le ratio 1:5:14. Déterminer la masse de chaque métal constituant l'échantillon de bronze blanc.

## Résumé de cours : statistiques

### Définition de la moyenne :

La moyenne d'une série est égale au quotient de la somme des données de la série par l'effectif total de cette série.

### Exemple de calcul d'une moyenne :

Voici les 7 notes sur 20 obtenues par Vanessa en mathématiques : 10 ; 9 ; 11 ; 12 ; 11 ; 15,5 ; 12.

Soit  $m$  la moyenne de Vanessa :  $m = \frac{10+9+11+12+11+15,5+12}{7}$  d'où  $m = 11,5$

Donc la moyenne de Vanessa sur 20 est de 11,5.

### Définition de la moyenne pondérée :

La moyenne d'une série de valeurs, pondérée par les effectifs, est égale au quotient de la somme des produits de chaque valeur de la série par son effectif, par l'effectif total de cette série.

### Exemple de calcul d'une moyenne pondérée :

Un sondage a été réalisé auprès de 450 collégiens pour connaître le nombre d'enfants présents dans leur foyer. Voici leurs réponses :

|                           |    |     |    |     |    |    |   |       |
|---------------------------|----|-----|----|-----|----|----|---|-------|
| Nombre de frères et sœurs | 0  | 1   | 2  | 3   | 4  | 5  | 6 | Total |
| Effectifs                 | 70 | 110 | 95 | 110 | 40 | 20 | 5 | 450   |

Soit  $m$  le nombre moyen de frères et sœurs

$$m = \frac{0 \times 70 + 1 \times 110 + 2 \times 95 + 3 \times 110 + 4 \times 40 + 5 \times 20 + 6 \times 5}{450} \quad \text{d'où} \quad m \approx 2,04$$

Les élèves du collège ont en moyenne 2 frères ou sœurs.

### Définition de la médiane :

Dans une série ordonnée de données numériques, on appelle médiane un nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.

### Méthode pour déterminer une médiane :

- On range les données de la série par ordre croissant.
- On cherche un nombre qui partage la série en deux séries de même effectif.

### Exemple 1 : série d'effectif impair

On a relevé les tailles en mètres des 11 joueurs de l'équipe de France de football qui étaient sur la pelouse lors du coup d'envoi de la finale de la coupe du monde en 2018 :

1,88 1,91 1,75 1,78 1,82 1,84 1,86 1,91 1,68 1,92 1,75

Déterminer la taille médiane de ces joueurs puis interpréter le résultat.

Solution : Il y a 11 données, on est dans le cas où l'effectif est impair. On classe les données de la série dans l'ordre croissant.

1,68 1,75 1,75 1,78 1,82 1,84 1,86 1,88 1,91 1,91 1,92  
5 données médiane 5 données

La médiane correspond à la 6<sup>ème</sup> donnée de la série classée dans l'ordre croissant.

**La taille médiane est donc 1,84 m.**

Cela signifie qu'il y a autant de joueurs dont la taille est inférieure ou égale à 1,84 m que de joueurs dont la taille est supérieure ou égale à 1,84 m.

### Exemple 2 : série d'effectif pair

On a demandé à 10 élèves le nombre de chansons qu'ils avaient téléchargées sur leur téléphone durant le mois écoulé. Voici leurs réponses : 7 ; 20 ; 1 ; 8 ; 0 ; 9 ; 10 ; 3 ; 9 ; 4.

Déterminer le nombre médian de chansons téléchargées et interpréter ce résultat.

Solution : Il y a 10 données, on est dans le cas où l'effectif est pair. On classe les données de la série dans l'ordre croissant.



La médiane est comprise entre la 5e et la 6e donnée de la série classée dans l'ordre croissant. On prend la moyenne entre 7 et 8, soit 7,5. **Le nombre médian de chansons téléchargées est 7,5.**

Cela signifie qu'il y a autant d'élèves qui ont téléchargé moins de 7,5 chansons que d'élèves qui ont téléchargé plus de 7,5 chansons.

### **Exercice 22** Etude température à Rouen au mois de novembre.

| Date  | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Temp. | 9 | 10 | 11 | 13 | 12 | 11 | 10 | 12 | 10 | 9  | 8  | 7  | 9  | 10 | 9  |

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 7  | 8  | 7  | 6  | 7  | 9  | 10 | 10 | 11 | 11 | 10 | 9  | 10 | 8  | 7  |

1. Compléter le tableau :

| Temp.    | 6 | 7 | 8 |  |  |  |  |  |
|----------|---|---|---|--|--|--|--|--|
| effectif |   |   |   |  |  |  |  |  |

2. Calculer, à partir du tableau 1., la température moyenne du mois de novembre. (Ecrire le calcul)

### **Exercice 23** Examen avec coefficients

|        | Français | Maths | Anglais | technologie |
|--------|----------|-------|---------|-------------|
| Pierre | 15       | 9     | 11      | 7           |
| Jean   | 10       | 11    | 12      | 9           |
| Alain  | 7        | 14    | 13      | 8           |

1. Calculer la moyenne (sans coefficient) des trois candidats.

2. Pour cet examen, les coefficients sont 6 pour le français, 4 pour les maths, 2 pour l'anglais et 5 pour la technologie. Il faut 10 de moyenne pour être admis.  
Qui est admis à l'examen ?

### **Exercice 24**

Voici les températures maximales sur les 10 premiers jours du mois de septembre 2019 à Bordeaux :

23,3   25,2   27,5   27,7   22,9   23   20,3   22,4   22,3   21,3

Déterminer la température médiane sur les 10 premiers jours de septembre 2019 à Bordeaux et interpréter ce résultat.

### **Exercice 25**

La famille Dupond a noté la masse de ses ordures ménagères chaque mois.

| Mois          | J  | F  | M  | A  | M  | J  | J  | A  | S  | O  | N  | D  |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Masse (en kg) | 40 | 25 | 20 | 15 | 24 | 30 | 32 | 28 | 36 | 24 | 35 | 51 |

1. Calculer la masse moyenne par mois.

2. Déterminer la masse médiane.

3. L'affirmation suivante est-elle exacte : « 50% des masses mensuelles des ordures ménagères de cette famille sont inférieures ou égales à 39 kg » ?