

# Travaux d'été pour l'entrée en Terminale

Ce dossier comprend :

- Une **lecture obligatoire en philosophie** pour tous les élèves du lycée général (pas de lecture pour les STMG); page 2
- des **lectures obligatoires** pour les élèves de la spécialité **LLCE** ; page 2
- des **exercices d'entraînement** pour les élèves de la spécialité **Mathématiques**. Page 3

Nous invitons les élèves à réaliser ce travail avec sérieux afin d'aborder l'année de Terminale dans les meilleures conditions.

## **Lectures pour le cours de Philosophie en Terminale**

Chers élèves abordant la classe de philosophie à la rentrée prochaine,

Pour préparer l'année de terminale en philosophie, il vous est demandé pendant l'été de faire l'acquisition et de procéder à la lecture de l'ouvrage suivant : *L'étonnement philosophique*, de **Jeanne Hersch**. Il s'agit d'un ouvrage introductif présentant un large panorama de l'histoire de la philosophie occidentale. La lecture est obligatoire du début jusqu'au chapitre sur Sören Kierkegaard exclu (p. 353 dans l'édition folio essais), et à l'exclusion du long chapitre sur Kant que nous rendons optionnel étant donné sa difficulté. Les sections du livre rendues facultatives restent recommandées pour les bons lecteurs et nous ne saurions trop insister pour inviter chacun à tout de même essayer de les lire (surtout celle sur Kant), néanmoins l'évaluation prévue sur cette lecture peu après la rentrée ne portera pas sur ces parties.

Bonne lecture et bon lancement dans la pensée. N'hésitez pas à prendre des notes de lecture et à préparer d'éventuelles questions qui pourront être posées avant le contrôle.

Mme Grison et M. Boyer

## **Pas de lecture pour le cours de Philosophie en Terminale STMG.**

## **Lectures pour les élèves entrant en Terminale – Spécialité LLCE**

Les élèves sont invités à lire, **en version originale (anglais)**, les œuvres suivantes avant la rentrée :

- **Margaret Atwood**, *The Handmaid's Tale*
- **Colm Tóibín**, *Brooklyn*

## Travail de vacances

### Rentrée en Terminale – spécialité Mathématiques

Voici quelques exercices qui vous permettront de revoir le programme de 1<sup>e</sup>, afin d'aborder plus sereinement les notions de Terminale.

Vous pourrez commencer par travailler avec le document :  
[https://coopmaths.fr/www/pdf/cdv\\_terminale\\_2025.pdf](https://coopmaths.fr/www/pdf/cdv_terminale_2025.pdf)

Puis vous ferez les exercices ci-dessous le plus sérieusement possible, en cherchant, en reprenant les éléments de cours nécessaires, en rédigeant. Nous corrigerons à la rentrée, et vous disposerez d'un temps de questions puis d'une interrogation pour vérifier la bonne maîtrise de ces notions fondamentales.

Nous comptons sur votre sérieux et votre implication, et vous souhaitons un bel été !

Les professeurs de Terminale.

### Exercice 1

Lisa décide d'aller au travail tous les matins à vélo ou en voiture. Le premier jour, Lisa prend son vélo. Par la suite, elle choisit entre son vélo ou sa voiture.

Elle note que :

- si elle a pris son vélo un jour, elle le reprend le lendemain avec une probabilité de 0,7 ;
- si elle n'a pas pris son vélo un jour, la probabilité qu'elle le reprenne le lendemain est 0,5.

On définit les événements suivants pour tout entier naturel  $n$  non nul :

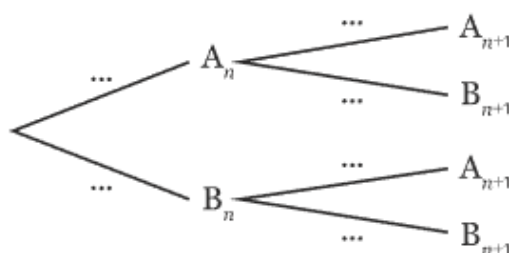
- $A_n$ : « Lisa prend le vélo le jour  $n$  », de probabilité  $a_n$ ;
- $B_n$ : « Lisa prend la voiture le jour  $n$  », de probabilité  $b_n$ .

1. a. Déterminer  $a_1$  et  $b_1$ , puis  $a_2$  et  $b_2$ .

b. Déterminer la probabilité que Lisa vienne en voiture le troisième jour.

2. a. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $b_n = 1 - a_n$ .

b. Après avoir complété l'arbre ci-après, montrer que, pour tout entier naturel  $n$  non nul  $b_{n+1} = \alpha a_n + \beta b_n$ , où l'on précisera la valeur de  $\alpha$  et  $\beta$ .



c. En déduire que  $a_{n+1} = 0,2a_n + 0,5$ .

3. On définit la suite  $(u_n)$ , pour tout entier naturel  $n$  non nul, par :  $u_n = a_n - 0,625$ .

a. Calculer  $u_1$ .

b. Montrer que la suite  $(u_n)$  est géométrique.

c. Après avoir exprimé le terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ , montrer que, pour tout entier naturel non nul,  $a_n = 0,375 \times 0,2^{n-1} + 0,625$ .

4. On admet que la suite  $(a_n)$  est décroissante. Pendant combien de jours consécutifs la probabilité de venir à vélo est-elle supérieure ou égale à 0,63 ?

## Exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  par

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 2}{x-1}.$$

On appelle  $C_f$  sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1. Déterminer la fonction dérivée de  $f$  sur  $\mathcal{D}_f$ .
2. En déduire le sens de variation de  $f$  sur chaque intervalle de  $\mathcal{D}_f$ , puis dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathcal{D}_f$ .
3. Montrer que, pour tout  $x \in \mathcal{D}_f$ ,  

$$f(x) = -2x + 1 - \frac{1}{x-1}.$$
4. Soit  $d$  la droite d'équation  $y = -2x + 1$ . Étudier la position relative de  $C_f$  par rapport à  $d$ .
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse 0.
6.  $C_f$  admet-elle des tangentes parallèles à  $T$  ? Si oui, donner l'équation réduite de chacune d'elles.
7. Tracer sur le même repère  $C_f$ ,  $d$ ,  $T$  et les éventuelles tangentes trouvées à la question précédente.

## Exercice 3

Soit  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan dans lequel on considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x^2 + 12x + 24}{2x + 4}$  et sa représentation graphique notée  $C_f$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$  et son ensemble de dérivabilité.
2. Montrer que, pour tout  $x \in \mathcal{D}_f$ ,  $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x}{(2x + 4)^2}$ .
3. Étudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variations sur  $\mathcal{D}_f$ .
4. a. Déterminer les coordonnées des points de  $C_f$  où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.  
 b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $C_f$  avec les axes du repère.
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente  $\Delta$  à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse  $-1$ .
6. La courbe  $C_f$  admet-elle une tangente perpendiculaire à la droite  $d$  d'équation cartésienne  $2x - 0,5y - 1 = 0$  ? Si oui, préciser en quel point ?

## Exercice 4

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges.

10 % des jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons blancs que de jetons bleus.

Un joueur tire un jeton au hasard.

- S'il est rouge, il remporte la mise de base.
- S'il est blanc, il remporte le carré de la mise de base.
- S'il est bleu, il perd le cube de la mise de base.

1. On suppose que la mise de base est de 2 euros.

a. Soit  $X$  la variable aléatoire qui donne le gain algébrique du joueur.

Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

b. Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de tirages.

2. On cherche à déterminer la valeur  $g_0$  de la mise de base telle que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages soit maximal. Le résultat sera arrondi au centime d'euro. Soit  $x$  la mise de base en euro.

a. Montrer que le problème posé revient à étudier les éventuels extremums de la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $f(x) = -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x$ .

b. Déterminer la dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .

c. En déduire le sens de variation de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ .

d. Conclure sur le problème posé.

## Exercice 5

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$g(x) = (x+2)e^{x-4} - 2.$$

1. Donner la valeur exacte de  $g(-3)$  puis une valeur approchée au centième près.

**Aide :** On doit **calculer** une image. Il suffit de remplacer  $x$  par  $-3$ .

2. a. Justifier que  $g$  est dérivable et calculer  $g'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

**Aide :** Le **raisonnement** repose sur la décomposition de l'expression de  $g$  en différentes opérations de fonctions de référence. On démontre ainsi la dérivabilité et on a des pistes sur la méthode de calcul.

b. En déduire le tableau de variations de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Aide :** Il suffit d'utiliser le lien entre la fonction  $g$  et sa fonction dérivée  $g'$ . Il faut **résoudre** une inéquation et une équation.

3. On donne le tableau de signes de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .

On admet que  $g$  est continue sur son ensemble de définition.

| $x$    | $-\infty$ | $-3$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|------|----------|-----------|
| $g(x)$ | -         | -    | 0        | +         |

a. En utilisant les fonctionnalités de la calculatrice, déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.

**Aide :** On peut **représenter** la fonction  $g$  à la calculatrice et dresser un tableau de valeurs. On détermine un premier encadrement de  $\alpha$  à l'unité puis, à l'aide d'un algorithme par balayage, on peaufine l'encadrement.

b. Donner une expression de  $e^{\alpha-4}$  sous forme fractionnaire en fonction de  $\alpha$ .

**Aide :** Il faut **chercher** les informations que l'on connaît à propos de  $\alpha$ . On peut notamment utiliser le lien existant entre  $\alpha$  et  $g$ .

4. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - x^2e^{x-4}$ .

a. Démontrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = -xg(x)$ .

**Aide :** Un **calcul** est ici nécessaire pour déterminer l'expression de la fonction  $f'$ . Puis, en transformant cette écriture, il faut faire apparaître  $g$  pour trouver le résultat.

b. En déduire les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Aide :** Une fois encore, on fait le lien entre les variations de  $f$  et sa fonction dérivée. On peut alors **représenter** les variations de  $f$  dans un tableau par exemple.

c. Démontrer que le maximum de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$  est  $\frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ .

**Aide :** Il faut **chercher** le lien qu'il peut exister entre  $\alpha$  et  $f$ . De plus, la fraction de l'énoncé devrait rappeler une fraction déjà rencontrée dans l'exercice.

## Exercice 6

### Partie A :

$g$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^3 + 3x - 4$ .

1. Montrer que la fonction  $g$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$  puis dresser son tableau de variations sur  $\mathbb{R}$ .
2. Justifier que 1 est une solution de l'équation  $g(x) = 0$ .  
On admet que c'est la seule solution de cette équation.
3. En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .

### Partie B :

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{-2x^3 + 4x^2}{x^2 + 1}$ .

$C_f$  est la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé.

1.  $f'$  est la fonction dérivée de  $f$ . Montrer que, pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = \frac{-2x \times g(x)}{(x^2 + 1)^2}$ .
2. Étudier le signe de  $f'(x)$ , puis dresser le tableau de variations de  $f$ .
3. Peut-on trouver des points de  $C_f$  en lesquels la tangente est parallèle à la droite  $\Delta$  d'équation  $y = -2x$  ? Si oui, préciser leur abscisse.

### Partie C :

La fonction tangente est définie pour tous les réels où la fonction cosinus ne s'annule pas par :

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

On considère l'équation (E):  $\tan^3(x) + 3\tan(x) - 4 = 0$ .

Le but de cette partie est de résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E). On pose  $X = \tan(x)$ .

1. Vérifier que résoudre l'équation (E) revient à résoudre  $g(X) = 0$ .
2. Quelle est la valeur de  $X$  solution de cette équation ?  
Que vaut alors  $\tan(x)$  ?
3. Montrer que  $\tan(x) = 1$  équivaut à :  
 $\cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .
4. En déduire les solutions de l'équation (E).

**Exercice 7**

Placer les points  $A(-2 ; 4)$ ,  $B(2 ; 2)$ ,  $C(-5 ; 0)$  et le point D tel que  $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$ .

1. a. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?  
b. Déterminer les coordonnées de D.
2. a. Soit  $d : 6x + y - 14 = 0$ . Vérifier que B et D appartiennent à d.  
b. Trouver une équation cartésienne de la droite (AC).  
c. Prouver que (BD) et (AC) sont sécantes.  
d. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection E.
3. a. Calculer les coordonnées de K milieu de [AB] et de L milieu de [CD].  
b. Démontrer que les points E, K, L sont alignés.

**Exercice 8**

Soit un triangle OAB rectangle en O, K le milieu de [AB] et H le projeté orthogonal de O sur [AB]. Les points P et Q sont les projetés orthogonaux de H sur [OA] et [OB].

**A. Etude d'un cas particulier**

On considère un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et les points  $A(6 ; 0)$  et  $B(0 ; 3)$ .

1. Faire une figure et émettre une conjecture sur les droites (PQ) et (OK).
2. a. Déterminer une équation de la droite (AB) et une équation de la droite (OH).  
b. En déduire les coordonnées de H.
3. Donner les coordonnées de P, Q et K puis démontrer que (PQ) et (OK) sont orthogonales.

**B. Cas général**

1. En exprimant de deux façons différentes  $\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB}$ , démontrer que  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OB}$ .
2. En déduire que  $\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{OB}$  et conclure.